

PDP

RIETI Policy Discussion Paper Series 18-P-005

金融危機を検知する早期警戒指標の先行・遅行構造

相馬 亘
日本大学

家富 洋
新潟大学

吉川 洋
経済産業研究所



独立行政法人経済産業研究所
<http://www.rieti.go.jp/jp/>

金融危機を検知する早期警戒指標の先行・遅行構造¹

相馬 亘（日本大学理工学部）

家富 洋（新潟大学理学部）

吉川 洋（立正大学経済学部）

要 旨

本稿は、金融危機の兆候を検知する早期警戒指標について、2つの提案を行うものである。提案の一つは、早期警戒指標の作成に関係している。現在の早期警戒指標は、月次以上の長い時間間隔で記録された経済指標から構成されている。そのため、株価のようにミクロな変動の中に潜む不確実性の兆候を検知できていない。本稿では、この問題に対して、複素ヒルベルト主成分分析と物理学における繰り込みの考え方に基づいて、早期警戒指標の新たな作成方法を提案する。もう一つの提案は、早期警戒指標の運用に関係している。早期警戒指標には、先行・遅行構造が安定的に存在すると主張する研究がある一方で、金融危機のタイプは国、時代によって異なるため、そのような構造は存在しないという研究もある。この相違に対して本稿では、平成バブルの崩壊、金融機関の連鎖倒産、リーマンショックの前後での早期警戒指標の先行・遅行構造の変化を、複素ヒルベルト主成分分析を用いて検証する。そして、これらの金融危機においては、早期警戒指標には安定的な先行・遅行構造が存在していないことを明らかにし、この結果を金融政策に反映する方法について議論する。

キーワード：金融危機、早期警戒指標、複素ヒルベルト主成分分析、相関

JEL classification: G01, G28, C32, C38, H21

RIETI ポリシー・ディスカッション・ペーパーは、RIETI の研究に関連して作成され、政策をめぐる議論にタイムリーに貢献することを目的としています。論文に述べられている見解は執筆者個人の責任で発表するものであり、所属する組織及び（独）経済産業研究所としての見解を示すものではありません。

¹本稿は、独立行政法人経済産業研究所におけるプロジェクト「マクロ・プルーデンシャル・ポリシー確立のための経済ネットワークの解析と大規模シミュレーション」の成果の一部である。本稿の原案に対して、青山秀明教授（京都大学）、池田裕一教授（京都大学）、藤原義久教授（兵庫県立大学）ならびに経済産業研究所ディスカッション・ペーパー検討会の方々から多くの有益なコメントを頂いた。ここに記して、感謝の意を表したい。本研究は、MEXT ポスト京コンピュータにおける探索的課題（多層マルチ時空間スケール社会・経済シミュレーション技術の研究・開発）、JSPS 科研費 JP17910126 の助成を受けた。

1 はじめに

金融危機の兆候を早期に検知する早期警戒指標が、各国の中央銀行や金融監督当局によって提案され、継続的に監視されている。日本においては、早期警戒指標として、金融動向指数と金融活動指標が提案され用いられてきた。金融動向指数は、鎌田・那須 (2011) によって導入された。金融動向指数の導出においては、金融危機の早期警戒指標となり得る複数の指標に対して HP (Hodrick and Prescott) フィルターを用いて 7～11 年のジグラー・サイクルを抽出し、平成バブルの崩壊 (1990 年 1 月) と金融機関の連鎖倒産 (1997 年 11 月) を基準として、表 1 のように先行指標と遅行指標を分類している。そして、景気動向指数と同様の考え方に基づいて先行指数と遅行指数を作成し、これらの指数が、早い段階からリーマンショックの予兆を捉えていたことを論じている。

金融活動指標は、石川他 (2012) によって導入された。これは、金融活動の過熱を評価するとき有用であるとされる 87 個の指標から、1980 年代以降に日本で発生したバブルを事前に識別できる金融関連指標 10 個を選定したものである。また、金融活動指標は、伊藤他 (2014) によって見直しがなされ、現在では 14 個の指標によって構成されている。そして、これらの指標から作られるヒート・マップが、日本銀行による金融システムレポートにおいて公表されている。

石川他 (2012) の図表 1 には、海外中央銀行や国際機関の計 12 機関が、各々に監視している金融関連指標がまとめられている。その特徴は、各々の機関が監視している指標に違いはあるが、共通して監視している唯一の指標が株価であることと、どの指標も期種が月次かそれ以上の長期であることである。これは、金融市場の関係者が、ミリ秒単位で変動する株価の中に金融危機の兆しを検知しようとしている状況とは異なっている。そのため、現在の早期警戒指標は、短時間で急激に変動する不確実性の兆候を検知できていない。そこで、本稿では、複素ヒルベルト主成分分析の方法と、物理学における繰り込みの考え方に基づいて、短い時間変動を繰り込んで月次以上の長さの有効な指標を作成する新たな方法を提案する。

また、複素ヒルベルト主成分分析には、時系列間の先行・遅行構造を機能的に議論できるという特徴がある。金融危機を検知する早期警戒指標には、先行・遅行構造が存在すると主張する研究がある一方で、金融危機のタイプは国、時代によって異なるため、そのような構造は存在しないという研究もある。そこで、本稿では、平成バブルの崩壊 (1990 年 1 月)、金融機関の連鎖倒産 (1997 年 11 月)、リーマンショック (2008 年 9 月) の前後における早期警戒指標の先行・遅行構造の変化を検証する。

本稿では、第 2 節で、東証株価指数 33 業種と TOPIX の日次データから、月次の有効な指数を作成する。第 3 節では、金融動向指数で採用されている 19 指標を参考にして独自に選んだ指標と第 2 節の結果を用いて、早期警戒指標の先行・遅行構造を解析する。第 4 節で、本稿をまとめ、解析結果から得られる政策的示唆について議論する。

2 月次株価指数の構築

本節では、図 1 に示す東証株価指数 33 業種と TOPIX の日次データ (1983 年 1 月 4 日~2015 年 12 月 30 日までの 8,571 営業日) に対して、複素ヒルベルト主成分分析を行う。この分析方法の詳細は、付録 A で説明することとし、ここでは概略のみを述べる。複素ヒルベルト主成分分析では、はじめに、株価指数の対数収益率 $r_{j,t}$ ($j = 1, \dots, 33$ は業種番号。 $j = 34$ は TOPIX。 $t = 1, \dots, 8570$) を実部とし、そのヒルベルト変換 $\hat{r}_{j,t}$ を虚部として、複素対数収益率 $\tilde{r}_{j,t} = r_{j,t} + i\hat{r}_{j,t}$ を定義する。ここで i は、虚数単位である。そして、複素対数収益率を用いて、複素相関行列を作成し、主成分分析を行う。この方法の利点は、実数で与えられる対数収益率を複素空間に射影することによって、振幅の相関と位相の相関を議論できる点にある。特に、位相の相関を解析することによって、時系列の先行・遅行構造を議論することができる。

本稿では、日次の株価指数データから、月次の複素相関行列を作成し、有意な固有値や固有ベクトルを抽出する。図 2 は、月次の複素相関行列の固有値分布の一例として、1991 年 4 月 (21 営業日) の複素相関行列に対して、固有値 λ_k ($k = 1, \dots, 34$ は降順での順位) の分布 $p(\lambda)$ を計算した結果である。図中の実線は、ランダム行列理論から導かれる理論曲線である (ランダム行列理論についても、付録 A を参照)。この曲線は、相関構造がランダムであれば、固有値がこの曲線の範囲 $\lambda_k \in [\lambda_-, \lambda_+]$ に分布することを意味している。この図から、最大固有値 λ_1 のみが、ランダム行列理論から導かれる理論曲線の範囲外にあることがわかる。つまり、最大固有値 λ_1 とその固有ベクトル \mathbf{v}_1 のみが有意であり、それ以外はノイズと考えることができる。このことは、34 個の株価指数の 21 営業日に渡る情報が、最大固有値とそれに属する固有ベクトルという月次の値に練り込まれていることを意味する。

また、図 2 に示す構造は、1991 年 4 月だけに限るものではない。図 3 は、1983 年 1 月 4 日~2015 年 12 月 30 日までの 408 ヶ月に対して、月ごとに複素相関行列を計算して固有値を求め、最大固有値 λ_1 (赤線) とランダム行列理論による上限 λ_+ (黒線) の月次変化を描いたものである。この図より、解析したすべての期間に渡って、 $\lambda_1 > \lambda_+$ となっていて、最大固有値とそれに属する固有ベクトルが、有意であることがわかる。以下では、Laloux et al. (1999) や Plerou et al. (1999) に倣って、最大固有値 λ_1 を市場指標と呼ぶことにする。

図 4 は、図 2 で求めた最大固有値 λ_1 に属する固有ベクトル \mathbf{v}_1 の成分分布である。複素相関行列の固有ベクトルの成分は複素数であるため、それらは複素平面上に分布する。時間の進む方向は時計周りの方向であるため (付録 A を参照)、正の実軸から時計回りの方向を $\theta_j = 0 \sim \pi$ ($j = 1, \dots, 33$ は業種番号。 $j = 34$ は TOPIX) とし、この方向が、時系列の先行を表す。逆に、正の実軸から反時計回りの方向を $\theta_j = 0 \sim -\pi$ とし、この方向が、時系列の遅行を表す。ここでは、TOPIX を基準とし、その位相が $\theta_{34} = 0$ となるように固有ベクトルの成分を計算している。図中の黒丸が、TOPIX に対応している。図中の数字は、図 1 の業種番号である。

図 5 は、図 4 を拡大したものである。ここでは、時計回りを正としているので、図中の点線は、下から $+10^\circ, -10^\circ, -20^\circ, -30^\circ, -40^\circ$ に対応している。この図から、先行している業種は、30. 保

険業、23. 空運業、20. 電気・ガス業、... の順であることがわかる。逆に、遅行している業種は、19. その他製品、27. 小売業、33. サービス業、... の順であることがわかる。

ここでは、位相差の特徴を表す指標として、各業種の位相 θ_i ($i = 1, \dots, 33$) の絶対値の総和を $\Theta = \sum_{i=1}^{33} |\theta_i|$ で定義する。第3節において早期警戒指標の先行・遅行構造を議論する際には、 $|\theta_j| \lesssim \pi/2$ の範囲に注目して議論を進めるが、ここでは位相差の広がりのみを議論したいので、そのような制限を設けずに Θ を定義する。したがって、 Θ が小さい場合は業種間の先行・遅行が小さく、群れをなしていることを意味する。そのため、 Θ を群れ指標と呼ぶことにする。図6は、1983年1月4日~2015年12月30日までの408ヶ月に対して群れ指標を計算した結果である。

図3と図6を比較すると、市場指標 λ_1 が大きい場合は、群れ指標 Θ が小さく、その逆も真であることがわかる。そこで、これらの指標の散布図を描くと、図7を得ることができる。この図より、 λ_1 と Θ は、負の相関を持っていることがわかる。実際に、ケンドールの順位相関係数 τ を計算すると $\tau = -0.7$ が得られ、相関が負であることが確認できる。市場指標と群れ指標の相関が負であることは、ある意味、当然である。なぜならば、市場の動きが市場指標だけでほとんど説明できる場合には、業種指数の間には先行・遅行の違いが小さく、一体となって動いているため、群れ指標が小さくなくなると考えられるからである。これは、ある種の群れ行動 (herd behavior) と解釈することができる。

3 早期警戒指標の先行・遅行構造

本節では、株式市場を特徴付ける指標として、第2節で得られた、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ を採用する。また、表1を参考にしながら、早期警戒指標を選出する。そして、金融危機として、平成バブルの崩壊（1990年1月）、金融機関の連鎖倒産（1997年11月）、リーマンショック（2008年9月）を考え、それらの前後における早期警戒指標の先行・遅行構造の変化を解析する。

表1を参考にしながら、早期警戒指標を選出する際には、第2節で得た市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ は、月次の量であるため、月次の指標を選出する必要がある。また、1980年代半ばから現在に到るまで、欠損なく月次データが揃っている必要がある。本稿では、これら2つの条件を考慮することによって、表2に示す13指標を早期警戒指標として用いることにする。おそらく、金融政策の担当者の目から見ると、これらの指標は不完全だと思われるであろう。そのため、金融政策の担当者と議論を重ねることによって、より良い指標を選出することを今後の課題としたい。

3.1 平成バブルの崩壊（1990年1月）

ランダム行列理論の結果を用いて複素ヒルベルト主成分分析を行う場合、データの種類の倍程度の長さの時系列が必要である。ここでは、月次の13指標を用いているため、その倍程度の長さとして2年間を複素相関行列を作るための基準とする。図8は、平成バブル崩壊の前2年間の早期警戒指標に対して、複素ヒルベルト主成分分析を行って得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布である。ここでは、この分布を計算する際に、XIII. 市場指標 λ_1 を基準とした。つまり、

最大固有値に属する固有ベクトルで、市場指標に対応する成分は実数としたため、位相はゼロである。この図から、XII. 群れ指標 Θ の位相は、およそ $\theta_{XII} \simeq -\pi$ であることがわかる。これは、図 7 で、市場指標と群れ指標が逆相関であったことに対応している。また、第 2 節で述べたように、時計回りの方向が先行、その逆回りの方向が遅行であるから、図 8 より、先行している指標は、VI. 住宅地、IV. 資産（都市銀行）、III. 貸出金（都市銀行）、VII. 戸建住宅、... の順であり、遅行している指標は、I. 実質実効為替レート、IX. 倒産負債総額、V. 政府債務合計、VIII. 倒産件数、... の順であることがわかる。

図 9 は、平成バブル崩壊の後 2 年間の早期警戒指標に対して、複素ヒルベルト主成分分析を行って得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布である。図 8 と同様に、XIII. 市場指標を基準としている。図 8 の場合と比較して、 $|\theta_j| \simeq \pi$ の付近にいくつかの指標が分布している。例えば、先行指標としては、I. 実質実効為替レート、遅行指標としては、IV. 資産（都市銀行）である。確かに、時計回りの方向が先行 ($\theta_j > 0$)、その逆回りの方向が遅行 ($\theta_j < 0$) とした場合、これらの位相差は $\theta_I - \theta_{IV} \simeq 3\pi/2$ であるが、時計回りの方向のみで位相を測ることにすると、位相差は $\theta_{IV} - \theta_I \simeq \pi/2$ 程度しかない。そのため、 $|\theta_j| \simeq \pi$ 付近では、先行・遅行構造については正確な議論をすることはできない。そこで、本稿では、 $|\theta_j| \lesssim \pi/2$ の場合は正確に先行・遅行構造を捉えていると考え、 $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合はある程度、先行・遅行構造を捉えていると考えることにする。図 9 より、先行している指標は、V. 政府債務合計、VIII. 倒産件数、IX. 倒産負債総額、... であり、遅行している指標は、VII. 戸建住宅、II.M2、VI. 住宅地、... であることがわかる。

図 8 と図 9 を比較して得られる特徴は、表 3 にまとめることができる。表では、平成バブル崩壊の前後のいずれかで $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ であった指標には、† の記号を付している。早期警戒指標の中に検知すべき現象は、バブル崩壊の前後で先行が遅行に変わるか、その逆のパターンである。表 3 より、平成バブル崩壊の前では、III. 貸出金（都市銀行）、VI. 住宅地、VII. 戸建住宅が先行指標であったが、平成バブル崩壊の後では、これらの指標が遅行指標になったことがわかる。また、これとは逆に、平成バブル崩壊の前では、V. 政府債務合計、VIII. 倒産件数、IX. 倒産負債総額が遅行指標であったが、平成バブル崩壊の後では、これらの指標が先行指標になったことがわかる。

ここで、第 2 節で得た市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ の代わりに、TOPIX の月末値を使った場合も解析しておくこととする。表 2 の I.~XI. はそのままとし、XII. TOPIX とする。市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ を採用して図 8 や図 9 を得た場合と同様な解析を行うと、平成バブルの崩壊前については図 10 を、平成バブルの崩壊後については図 11 を得ることができる。これらの結果は、図 8 や図 9 と比較すると、 $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の領域に多くの指標が分布していることがわかる。そのため、指標の先行・遅行構造については、多くの指標に対して正確な議論ができないが、表 3 と同様に、特徴をまとめると表 4 を得ることができる。この表より、平成バブル崩壊の前では、I. 実質実効為替レートが先行指標であったが、平成バブル崩壊の後では、この指標が遅行指標になったことがわかる。しかし、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ を使った場合の結論と比較して、信頼性の高い結果であるとは言えない。したがって、複素ヒルベルト主成分分析の方法を用いる場合、株式市場を代表する指標として、TOPIX を安易に使うことは危険であると考えられる。

3.2 金融機関の連鎖倒産（1997年11月）

第3.1節と同様に金融機関の連鎖倒産の前2年間の早期警戒指標に対して、複素ヒルベルト主成分分析を行って得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布を計算すると、図12を得ることができる。一方、金融機関の連鎖倒産の後2年間の早期警戒指標に対しては、図13を得ることができる。図12と図13を比較して得られる特徴は、表5にまとめることができる。この表より、金融機関の連鎖倒産の前では、V. 政府債務合計、VIII. 倒産件数が先行指標であったが、金融機関の連鎖倒産の後では、遅行指標になったことがわかる。一方、金融機関の連鎖倒産の前では、II.M2が遅行指標であったが、金融機関の連鎖倒産の後では先行指標となったことがわかる。

市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ の代わりに、TOPIXの月末値を使った場合の解析結果が、図14と図15であり、これらの図から得られる特徴をまとめたものが、表6である。この表より、金融機関の連鎖倒産の前では、III. 貸出金（都市銀行）、IV. 資産（都市銀行）が先行指標であったが、金融機関の連鎖倒産の後では、遅行指標になったことがわかる。一方、金融機関の連鎖倒産の前で遅行指標であったVII. 戸建住宅が、金融機関の連鎖倒産の後では先行指標となったことがわかる。

3.3 リーマンショック（2008年9月）

ここでも、これまでと同様に、複素ヒルベルト主成分分析を行って得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布を計算すると、リーマンショックの前2年間の早期警戒指標に対しては、図16を得ることができる。一方、リーマンショックの後2年間の早期警戒指標に対しては、図17を得ることができる。図16と図17を比較して得られる特徴は、表7にまとめることができる。また、TOPIXの月末値を使った場合の解析結果が、図18と図19であり、これらの図から得られる特徴をまとめたものが、表8である。これらの結果からは、早期警戒指標の先行・遅行構造について、有用な情報を読み解くことはできない。

以上の解析より、平成バブルの崩壊、金融機関の連鎖倒産、リーマンショックのすべてにおいて共通する、早期警戒指標の先行・遅行構造は存在しないことがわかる。

4 まとめと政策的示唆

本稿では、金融危機の兆候を検知する早期警戒指標について、2つの提案を行った。提案の一つは、早期警戒指標の作成に関係するものであった。具体的には、東証株価指数33業種とTOPIXの日次データ（1983年1月4日～2015年12月30日までの8,571営業日）に対して、複素ヒルベルト主成分分析を行った。そして、34種の株価指数の日次変動が、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ という2つの月次変動に繰り返す（集約する）ことができることを示した。また、市場指標と群れ指標の間には負の相関があり、ある種の群れ行動（herd behavior）と解釈できることを明らかにした。

もう一つの提案は、早期警戒指標の運用に関係するものであった。本稿では、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ に加え、金融動向指数（鎌田・那須, 2011）を参考にしながら、合計で13個の早期警戒指

標を選出した。しかし、これらの指標は、現状では最適なものとは言えないため、今後、金融政策の専門家と議論を重ねて、最適な指標を選出することは今後の課題としたい。

これら 13 個の指標を使って、平成バブルの崩壊（1990 年 1 月）、金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）、リーマンショック（2008 年 9 月）、という 3 つの経済危機のそれぞれに対して複素ヒルベルト主成分分析を行って、危機の前後での早期警戒指標の先行・遅行構造を解析した。その結果、平成バブルの崩壊、金融機関の連鎖倒産については、経済学的に裏付けが可能な結果が得られた。それに対し、リーマンショックにおいては、経済学的に意味のある結果を導くことはできなかった。その理由は、本稿で解析に用いたデータはすべて日本のものであるため、米国を発信源とするリーマンショックに対しては、説明能力に欠けるからだと考えられる。そのため、今後は、複素ヒルベルト主成分分析の方法を使って、米国のみならず様々な国の早期警戒指標に対して解析を進めていく必要がある。

また、3 つの経済危機の解析を通じて、これらの金融危機の前後においては、早期警戒指標には安定的な先行・遅行構造は存在していないことを明らかにした。そして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく、TOPIX を用いた解析も行い、経済学的に裏付け可能な結論を導くことができないことも明らかにした。

以上の解析結果より、3 つの政策的示唆を得ることができる。第 1 の政策的示唆は、金融政策の施策のために、複素ヒルベルト主成分分析を用いることである。海外中央銀行や国際機関は独自に経済データを作成しているが、それらの期種は月次かそれ以上の長期である。そのため、これらの機関が監視している早期警戒指標の期種もまた月次以上の長期となっている。しかし、ミリ秒単位から日次単位まで、早期警戒指標となり得るデータは豊富にある。そのため、これらのデータを積極的に使うことが、金融危機の兆候を検知するためには今後必要となってくるだろう。また、これらのデータに対して複素ヒルベルト主成分分析を適用することによって、ミクロな時間変動の特徴を繰り込んで、月次以上の長期の時間変動を得ることが出来る。そして、このようにして作成された指標と、現在の早期警戒指標を融合することによって、より検知能力の高い指標が開発できると期待される。

第 2 の政策的示唆は、市場指数として TOPIX を盲目的に使うことの危険性である。早期警戒指標の中には、金融活動指標（石川他, 2012; 伊藤他, 2014）のように、株価そのものではなく、機関投資家の株式投資の対証券投資比率を、金融市場を特徴付ける指標として採用しているものもある。しかし、日常においても、日経平均や TOPIX が市場を特徴付ける指数として用いられるように、金融危機の早期警戒指標としても、これらを盲目的に用いている場合も多い。確かに、これらの指数は市場を特徴付けるものであるが、株式市場を構成している銘柄間の相関構造は含んでいない。金融危機が生じる前に、株式間の相関構造に異変が生じることは十分に考えられることであり、相関構造の解析に効果を発揮する複素ヒルベルト主成分分析の方法は有用であると考えられる。このような立場から言えば、HP フィルターを始めとする各種のフィルターや、移動平均を用いた方法も、相関構造の変化を指標化できていないと考えられる。

第 3 の政策的示唆は、金融危機に普遍的な先行・遅行構造を期待することの危険性である。金融動向指数（鎌田・那須, 2011）では、平成バブルの崩壊と金融機関の連鎖倒産において共通する先

行・遅行指標を見つけることに成功し、それらを指数化することによって、早い段階からリーマンショックの予兆を捉えていたことを論じている。確かに、多くの啓蒙書では、バブルが起こる背景には共通した特徴があると述べられている。しかし、本稿の解析結果では、平成バブルの崩壊、金融機関の連鎖倒産、リーマンショック、といった3つの金融危機において共通する先行・遅行構造は存在していなかった。また、Oet et al. (2013) のように、金融危機のタイプは国、時代によって異なるため、そのような構造は存在しないという研究もある。そのため、普遍的な構造の存在の発見を期待しながらも、その一方では、慎重な見方を忘れてはいけない。

付録 A 複素ヒルベルト主成分分析

ここでは、複素ヒルベルト主成分分析で重要な役割を果たす複素相関行列の定義と、ランダム行列理論による固有値分布に関する理論曲線について説明する。複素ヒルベルト主成分分析は、気象学ではじめに研究された方法である (Rasmusson et al., 1981; Barnett, 1983; Horel, 1984; Stein et al., 2011; Hannachi et al., 2007)。気象学では、異なる地点の異なる時刻における気象データの相関構造を、統一的に解析する方法が必要であるといった背景がある。また、この分析方法は、信号解析の分野でも良く研究されている。複素ヒルベルト主成分分析を経済現象に初めて適用したのは、Iyetomi et al. (2011) であり、Vodenska et al. (2016)、Aoyama et al. (2017) などの研究もある。

A.1 複素相関行列

本稿では、東証株価指数 33 業種と TOPIX の日次データ (1983 年 1 月 4 日~2015 年 12 月 30 日までの 8,571 営業日) を解析する。業種 j ($j = 1, \dots, 33$ は業種番号。 $j = 34$ は TOPIX) の t ($t = 1, \dots, 8571$) 日の終値を $S_{j,t}$ と書くことにする。対数収益率 $r_{j,t}$ を

$$r_{j,t} = \log \frac{S_{j,t}}{S_{j,t-1}}, \quad (1)$$

で定義する。このフーリエ変換は

$$r_{j,t} = \sum_{k=0}^T [a_j(\omega_k) \cos(\omega_k t) + b_j(\omega_k) \sin(\omega_k t)], \quad (2)$$

で与えられる。ここで、 $\omega_k = 2\pi k/T$ である。式 (2) の位相を $\pi/2$ だけずらしたものがヒルベルト変換であり

$$\hat{r}_{j,t} = \sum_{k=0}^T [b_j(\omega_k) \cos(\omega_k t) - a_j(\omega_k) \sin(\omega_k t)], \quad (3)$$

で与えられる。式 (2) と式 (3) を用いて、複素対数収益率 $\tilde{r}_{j,t}$ を

$$\tilde{r}_{j,t} = r_{j,t} + i\hat{r}_{j,t}, \quad (4)$$

で定義する。ここで i は虚数単位である。これは、 $c_j(\omega_k) = a_j(\omega_k) + ib_j(\omega_k)$ を定義すると

$$\tilde{r}_{j,t} = \sum_{k=0}^T c_j(\omega_k) e^{-i\omega_k t}, \quad (5)$$

と書くこともできる。ここで、 $\omega_k \geq 0$ であるから、時間 t が進むにつれて、 $\tilde{r}_{j,t}$ は複素平面上を時計回りに進むことになる。

複素対数収益率 $\tilde{r}_{j,t}$ の月ごとの平均値を

$$\langle \tilde{r}_j \rangle_m = \frac{1}{T_m} \sum_{t \in T_m} \tilde{r}_{j,t}, \quad (6)$$

で定義する。ここで、 $t = \{1, \dots, t_j, \dots, T\} = \{T_1, \dots, T_m, \dots, T_{408}\}$ であり、 $m = 1, \dots, 408$ は月を識別する添字である。分散を

$$\tilde{\sigma}_{j,m}^2 = \frac{1}{T_m} \sum_{t \in T_m} |\tilde{r}_{j,t} - \langle \tilde{r}_j \rangle_m|^2, \quad (7)$$

で定義する。そして、これらを用いて

$$(\tilde{w}_{j,t})_m = \frac{\tilde{r}_{j,t} - \langle \tilde{r}_j \rangle_m}{\tilde{\sigma}_{j,m}}, \quad (8)$$

のように規格化し、これを成分とする行列を $\tilde{\mathbf{W}}_m$ と書く。月ごとの複素相関行列は

$$\tilde{\mathbf{C}}_m = \frac{1}{T_m} \tilde{\mathbf{W}}_m \tilde{\mathbf{W}}_m^\dagger, \quad (9)$$

で定義される。

A.2 ランダム行列理論による理論曲線

ランダム行列理論は物理学の分野で研究されてきた（レビューとしては、例えば Mehta (2004); Guhr et al. (1998) を参照）。本稿で用いた理論曲線は、実行列の場合に、Marčenko and Pastur (1967)、Guhr et al. (1998)、Sengupta and Mitra (1999) によって求められた。また、経済現象に対しては、Laloux et al. (1999)、Plerou et al. (1999) によって初めて導入された。

いま、時系列の種類が N 個で、時系列の長さが T であり、それらの成分がランダムであった場合、そのような時系列から作られる複素相関行列の固有値の確率密度は、Dirac のデルタ関数 $\delta(\lambda)$ を用いて

$$p(\lambda) = \left(1 - \frac{1}{Q_k}\right)^+ \delta(\lambda) + \frac{\sqrt{(\lambda - \lambda_-)^+ (\lambda_+ - \lambda)^+}}{2\pi Q_k \lambda}, \quad (10)$$

で与えられる。ここで、 $Q_k = 2N/T_k$ であり、関数 $(z)^+ = \max(0, z)$ である。また、 λ_+ と λ_- は

$$\lambda_{\pm} = \left(1 \pm \sqrt{Q_k}\right)^2, \quad (11)$$

で与えられる。この λ_+ が、ランダム性の帰無仮説として、本稿で用いた上限値である。

参考文献

- Aoyama, Hideaki, Yoshi Fujiwara, Yuichi Ikeda, Hiroshi Iyetomi, Wataru Souma, and Hiroshi Yoshikawa (2017) *Macro-econophysics: New Studies on Economic Networks and Synchronization*: Cambridge University Press.
- Barnett, TP (1983) “Interaction of the monsoon and Pacific trade wind system at interannual time scales Part I: the equatorial zone,” *Monthly Weather Review*, Vol. 111, No. 4, pp. 756–773.
- Guhr, T., A. Müller-Groeling, and H. A. Weidenmüller (1998) “Random-Matrix Theories in Quantum Physics: Common Concepts,” *Physics Reports*, Vol. 299, No. 4-6, pp. 189–425.
- Hannachi, A, IT Jolliffe, and DB Stephenson (2007) “Empirical orthogonal functions and related techniques in atmospheric science: A review,” *International Journal of Climatology*, Vol. 27, No. 9, pp. 1119–1152.
- Horel, John D (1984) “Complex principal component analysis: Theory and examples,” *Journal of climate and Applied Meteorology*, Vol. 23, No. 12, pp. 1660–1673.
- Iyetomi, Hiroshi, Yasuhiro Nakayama, Hideaki Aoyama, Yoshi Fujiwara, Yuichi Ikeda, and Wataru Souma (2011) “Fluctuation-dissipation theory of input-output interindustrial relations,” *Physical Review E*, Vol. 83, No. 1, p. 016103.
- Laloux, L., P. Cizeau, J. P. Bouchaud, and M. Potters (1999) “Noise Dressing of Financial Correlation Matrices,” *Physical Review Letters*, Vol. 83, No. 7, pp. 1467–1470.
- Marčenko, V. A. and L. A. Pastur (1967) “Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices,” *Mathematics of the USSR-Sbornik*, Vol. 1, p. 457.
- Mehta, M. L. (2004) *Random Matrices*: Academic Press, 3rd edition.
- Oet, Mikhail V., Timothy Bianco, Dieter Gramlich, and Stephen J. Ong (2013) “SAFE: An early warning system for systemic banking risk,” *Journal of Banking & Finance*, Vol. 37, No. 11, pp. 4510 - 4533.
- Plerou, V., P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. N. Amaral, and H. E. Stanley (1999) “Universal and Nonuniversal Properties of Cross Correlations in Financial Time Series,” *Physical Review Letters*, Vol. 83, No. 7, pp. 1471–1474.
- Rasmusson, Eugene M, Phillip A Arkin, Wen-Yuan Chen, and John B Jalickee (1981) “Biennial variations in surface temperature over the United States as revealed by singular decomposition,” *Monthly Weather Review*, Vol. 109, No. 3, pp. 587–598.
- Sengupta, A. M. and P. P. Mitra (1999) “Distributions of singular values for some random matrices,” *Physical Review E*, Vol. 60, No. 3, pp. 3389–3392.
- Stein, Karl, Axel Timmermann, and Niklas Schneider (2011) “Phase synchronization of the El Niño-Southern oscillation with the annual cycle,” *Physical review letters*, Vol. 107, No.

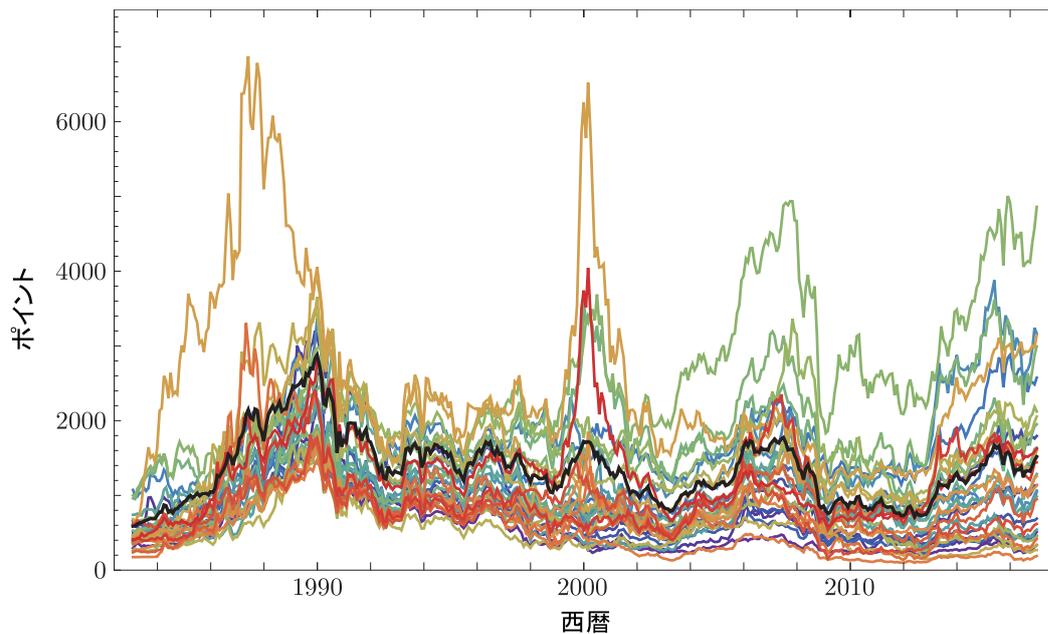
12, p. 128501.

Vodenska, Irena, Hideaki Aoyama, Yoshi Fujiwara, Hiroshi Iyetomi, and Yuta Arai (2016) “Interdependencies and causalities in coupled financial networks,” *PloS one*, Vol. 11, No. 3, p. e0150994.

伊藤雄一郎・北村富行・中澤崇・中村康治 (2014) 『『金融活動指標』の見直しについて』, 『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』, 第 14-J-7 号, 1-28 頁, 4 月号.

鎌田康一郎・那須健太郎 (2011) 「早期警戒指標としての金融動向指数」, 『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』, 第 11-J-3 号, 1-27 頁, 3 月号.

石川篤史・鎌田康一郎・菅和聖・倉知善行・小島亮太・寺西勇生・那須健太郎 (2012) 『『金融活動指標』の解説』, 『日本銀行ワーキングペーパーシリーズ』, 第 12-J-1 号, 1-52 頁, 3 月号.



- | | | | |
|------------|--------------|--------------|----------------|
| 1. 水産・農林業 | 10. ゴム製品 | 19. その他製品 | 28. 銀行業 |
| 2. 鉱業 | 11. ガラス・土石製品 | 20. 電気・ガス業 | 29. 証券・商品先物取引業 |
| 3. 建設業 | 12. 鉄鋼 | 21. 陸運業 | 30. 保険業 |
| 4. 食料品 | 13. 非鉄金属 | 22. 海運業 | 31. その他金融業 |
| 5. 繊維製品 | 14. 金属製品 | 23. 空運業 | 32. 不動産業 |
| 6. パルプ・紙 | 15. 機械 | 24. 倉庫・輸送関連業 | 33. サービス業 |
| 7. 化学 | 16. 電気機器 | 25. 情報・通信業 | 34. TOPIX |
| 8. 医薬品 | 17. 輸送用機器 | 26. 卸売業 | |
| 9. 石油・石炭製品 | 18. 精密機器 | 27. 小売業 | |

図1 東証株価指数 33 業種と TOPIX の日次（終値）変化（1983 年 1 月 4 日～2015 年 12 月 30 日までの 8,571 営業日）

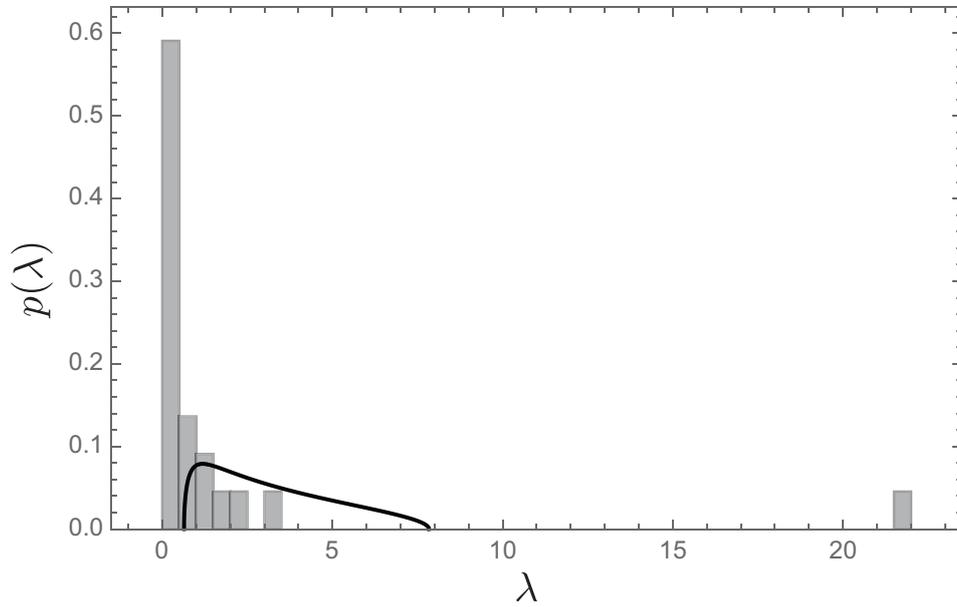


図2 固有値分布の例（1991年4月）。実線はランダム行列理論による理論曲線

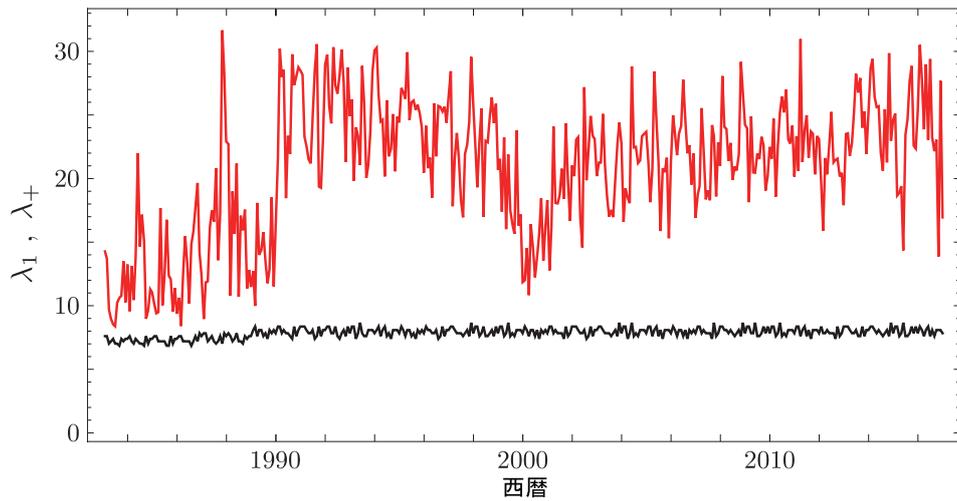


図3 最大固有値 λ_1 (赤線) とランダム行列理論による上限 λ_+ (黒線) の月次変化 (1983年1月～2015年12月までの408ヶ月)

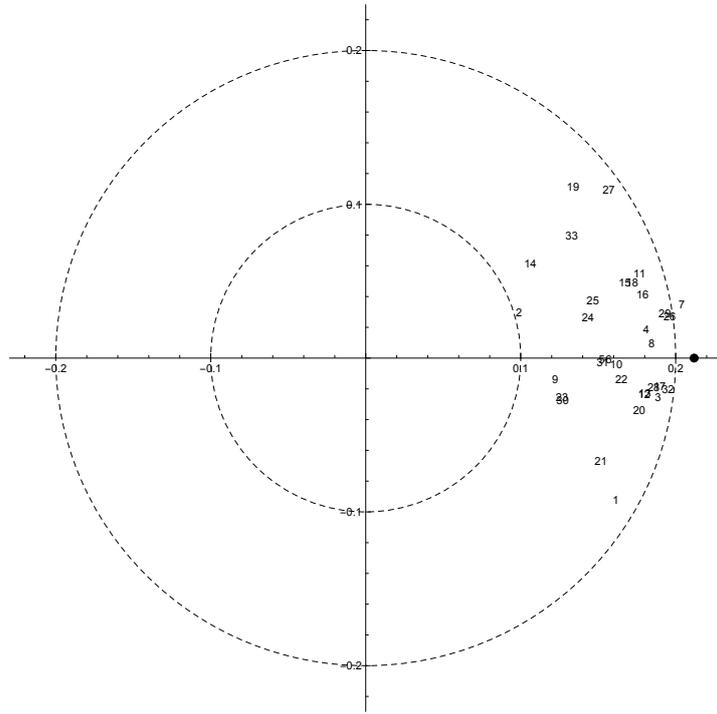


図4 最大固有値に属する固有ベクトルの成分の分布例（1991年4月）。数字は、図1の業種番号に対応する。TOPIXは黒丸で表した。

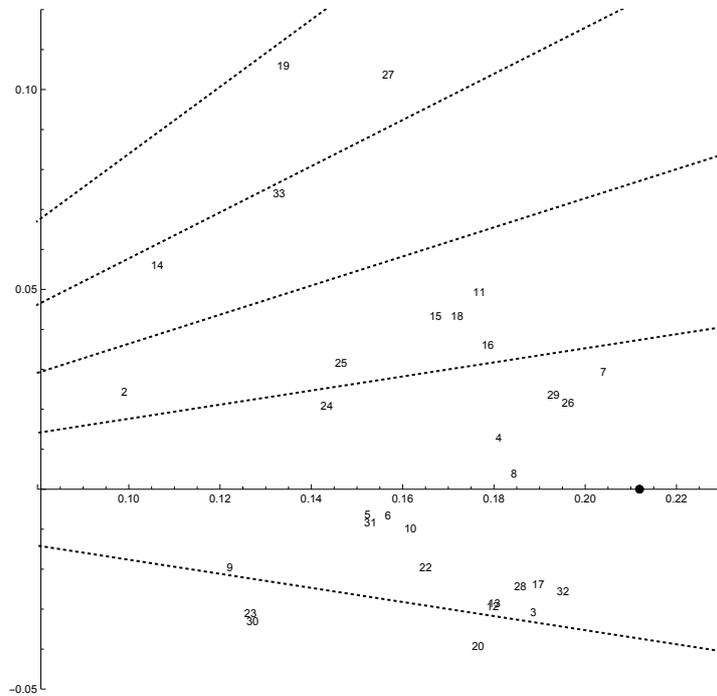


図5 図4の拡大図。点線は、下から $+10^\circ$, -10° , -20° , -30° , -40° に対応している。

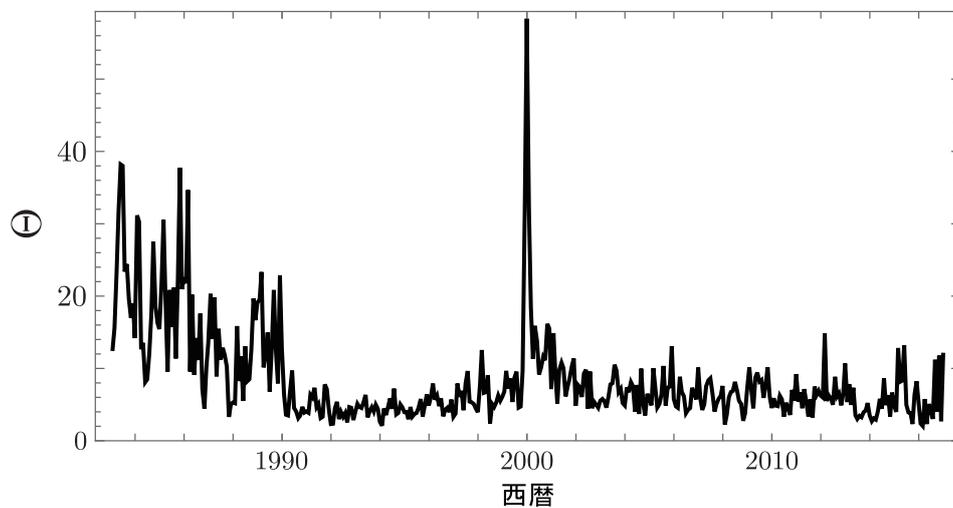


図6 群れ指標 Θ の月次変化（1983年1月～2015年12月までの408ヶ月）

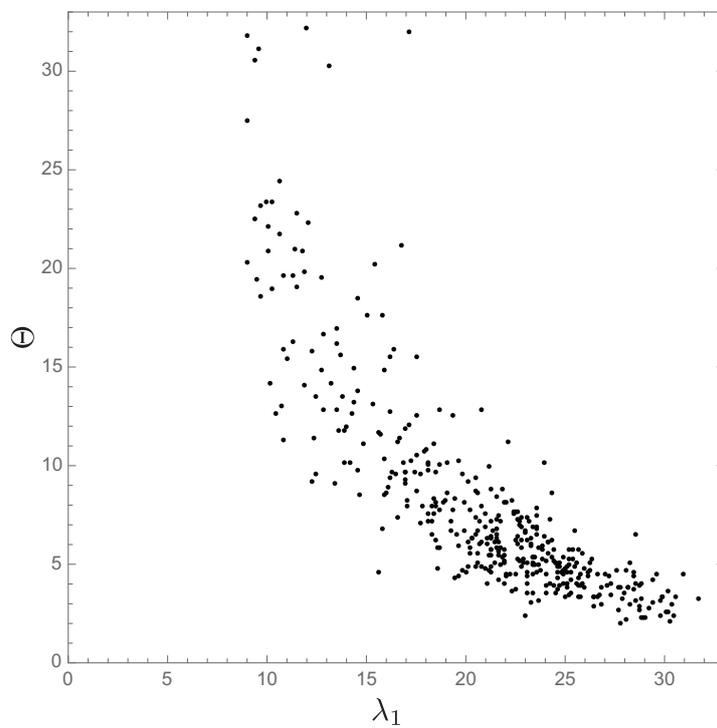


図7 市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ の散布図。ケンドールの順位相関係数は $\tau = -0.70$ 。

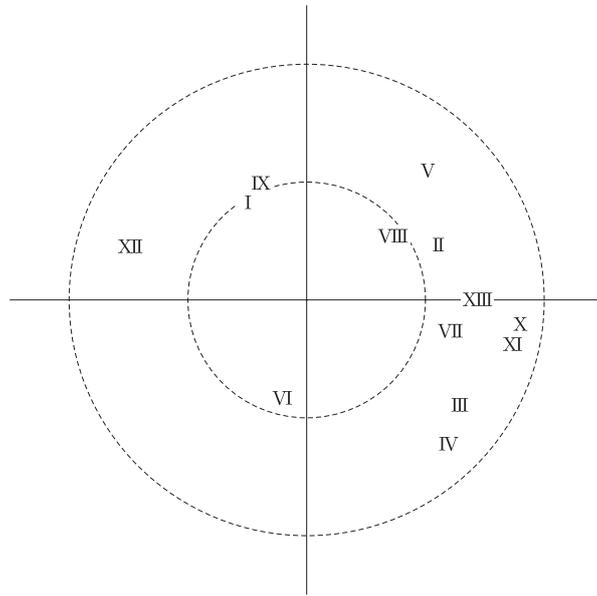


図8 平成バブルの崩壊（1990年1月）の前2年間の早期警戒指標データから得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

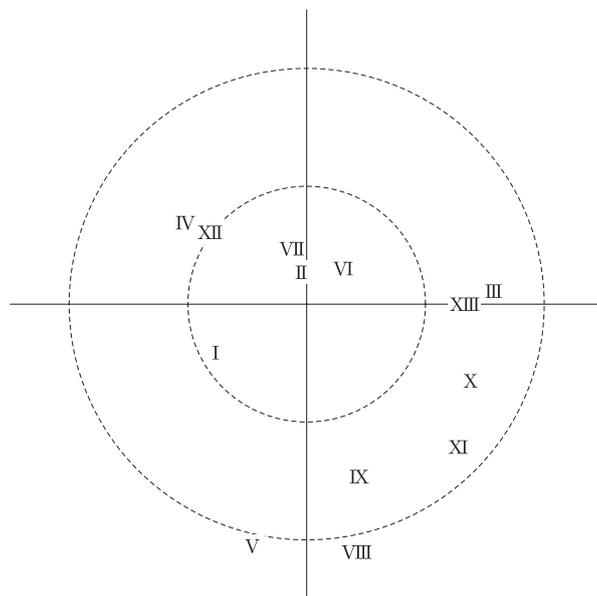


図9 平成バブルの崩壊（1990年1月）の後2年間の早期警戒指標データから得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

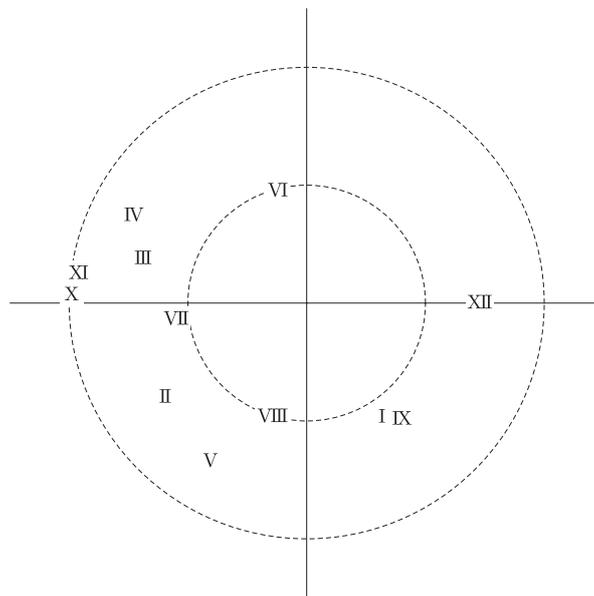


図 10 平成バブルの崩壊（1990 年 1 月）の前 2 年間の早期警戒指標データとして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく TOPIX の月次終値を使った場合に得られる、最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

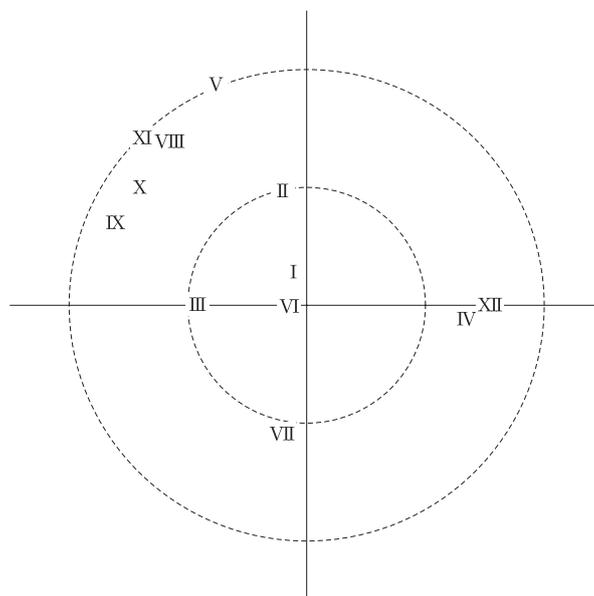


図 11 平成バブルの崩壊（1990 年 1 月）の前 2 年間の早期警戒指標データとして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく TOPIX の月次終値を使った場合に得られる、最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

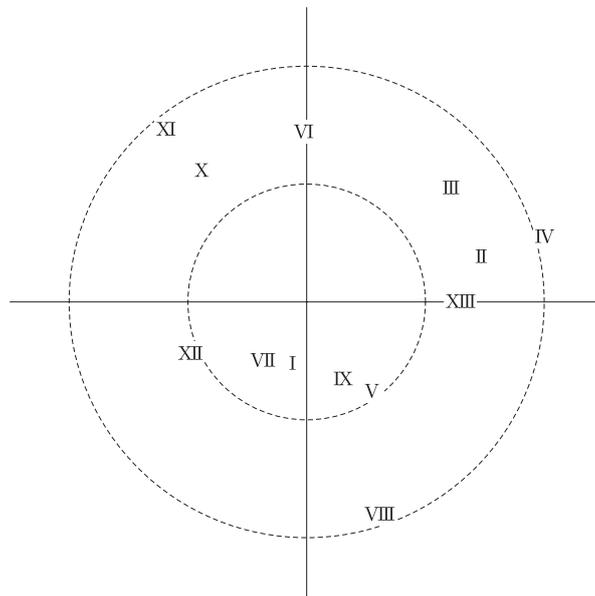


図 12 金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）の前 2 年間の早期警戒指標データから得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

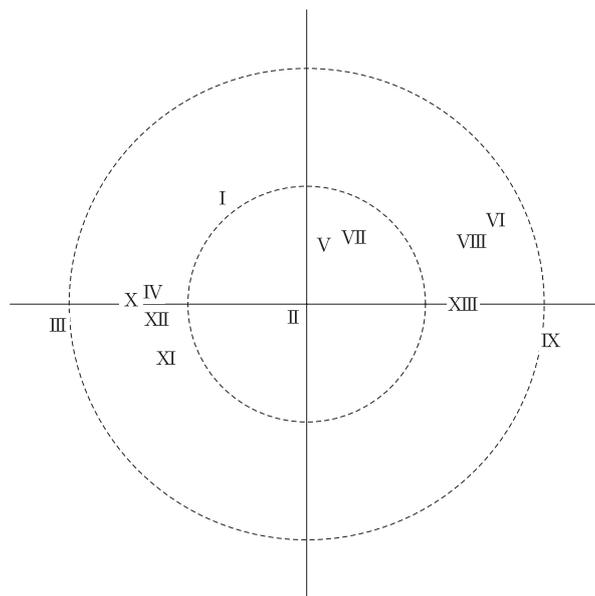


図 13 金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）の後 2 年間の早期警戒指標データから得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

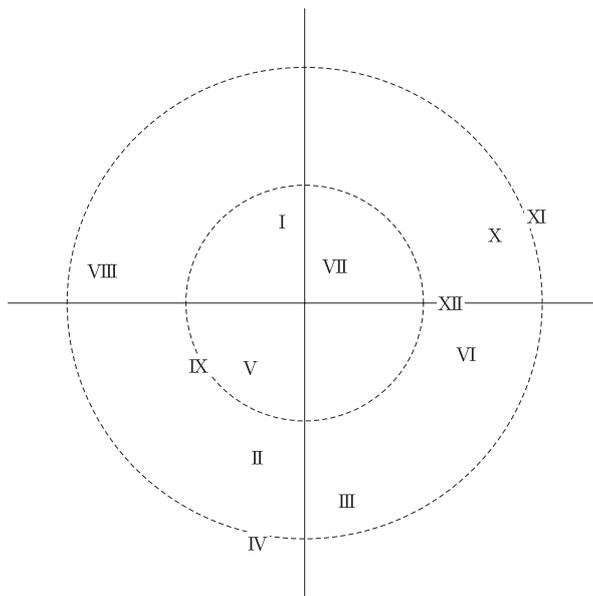


図 14 金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）の前 2 年間の早期警戒指標データとして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく TOPIX の月次終値を使った場合に得られる、最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

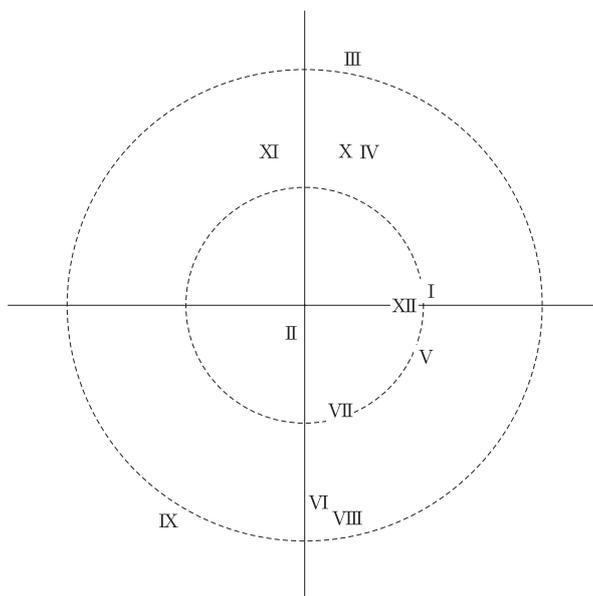


図 15 金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）の前 2 年間の早期警戒指標データとして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく TOPIX の月次終値を使った場合に得られる、最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

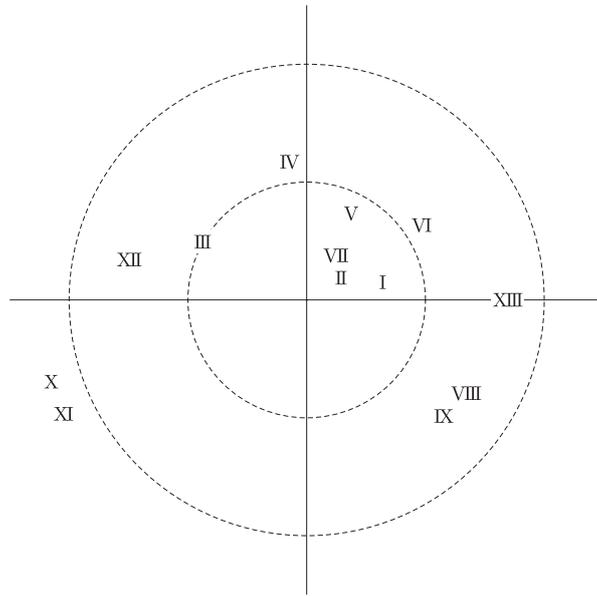


図 16 リーマンショック（2008 年 9 月）の前 2 年間の早期警戒指標データから得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

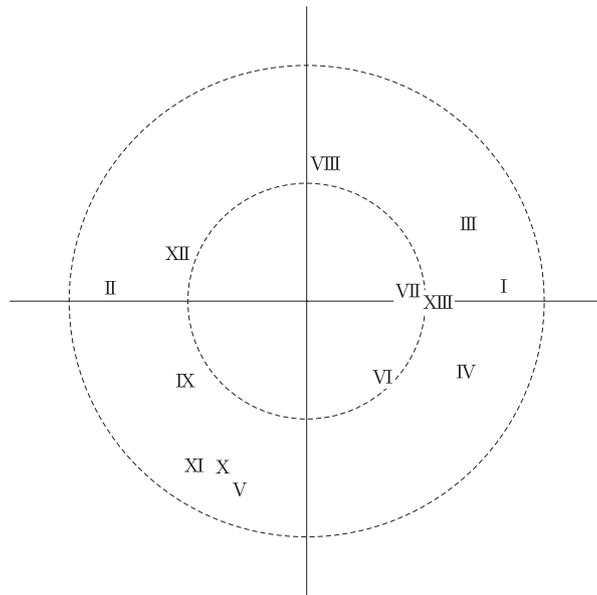


図 17 リーマンショック（2008 年 9 月）の後 2 年間の早期警戒指標データから得られた最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

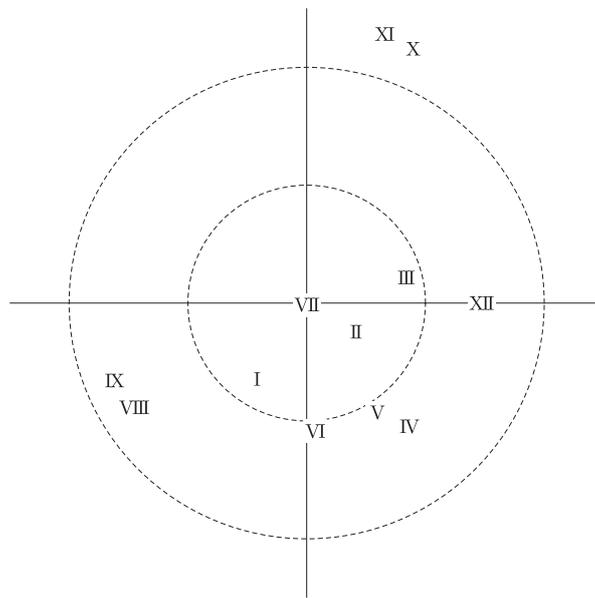


図 18 リーマンショック（2008 年 9 月）の前 2 年間の早期警戒指標データとして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく TOPIX の月次終値を使った場合に得られる、最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

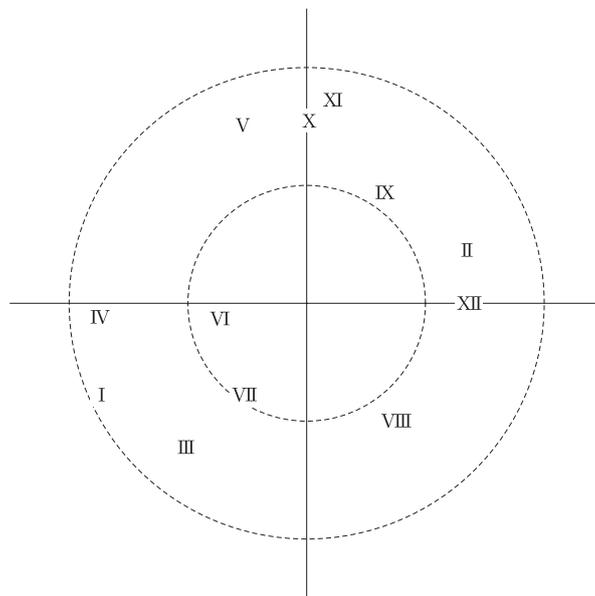


図 19 リーマンショック（2008 年 9 月）の前 2 年間の早期警戒指標データとして、市場指標 λ_1 と群れ指標 Θ ではなく TOPIX の月次終値を使った場合に得られる、最大固有値に属する固有ベクトルの成分分布

表1 金融動向指数の採用指数(鎌田・那須, 2011)。M:月次、Q:四半期、S:半期。

	指標名称	期種	参照系列のピーク(月)		出所
			トリプル安(90/1)	三洋証券破綻(97/11)	
先行	株価(銀行業)	M	88/3	96/8	東証業種別株価指数
	株価(不動産業)	M	88/5	97/4	東証業種別株価指数
	株価(建設業)	M	89/3	96/6	東証業種別株価指数
	企業の資金繰り	Q	89/6	96/9	短観
	銀行の貸出態度	Q	88/3	95/12	短観
	企業利益	Q	89/6	96/12	法人企業統計季報
	住宅ローン	Q	88/6	96/6	個人向け貸出金
	商品市況	M	89/6	96/6	Reuters/Jefferies-CRB Index
遅行	家計の負債	Q	91/3	00/3	資金循環統計
	企業の負債	Q	90/12	97/12	資金循環統計
	貸出金利	M	91/8	01/5	貸出約定平均金利(ストック総合国内銀行)
	企業の借入金利	Q	90/3	98/2	短観
	M2	M	90/9	02/7	マネーストック
	M3	M	90/11	00/4	マネーストック
	預金残高	M	90/8	00/1	都道府県別預金
	地価(全国)	S	91/3	00/9	市街地価格指数(全用途)
	地価(大都市)	S	90/9	00/3	市街地価格指数(全用途)
	国債利回り(3年)	M	91/2	00/7	国債金利情報(財務省)
	国債利回り(9年)	M	91/4	00/12	国債金利情報(財務省)
参考	株価(総合)	M	88/11	99/12	東証株価指数

表 2 本稿での早期警戒指標

記号	指標名称	出所
I	実質実効為替レート指数	主要・為替（日本銀行）
II	M2	マネーストック
III	貸出金（都市銀行）	民間金融機関の資産・負債（日本銀行）
IV	資産（都市銀行）	民間金融機関の資産・負債（日本銀行）
V	政府債務合計	政府債務（日本銀行）
VI	住宅地	不動産価格指数（住宅）・東京都
VII	戸建住宅	不動産価格指数（住宅）・東京都
VIII	倒産件数	全国企業倒産状況（東京商工リサーチ）
IX	倒産負債総額	全国企業倒産状況（東京商工リサーチ）
X	国債利回り（3年）	国債金利情報（財務省）
XI	国債利回り（9年）	国債金利情報（財務省）
XII	群れ指標	本稿の第2節
XIII	市場指標	本稿の第2節

表3 平成バブルの崩壊（1990年1月）前後での先行・遅行構造の変化。†は $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合。

前 \ 後	先行	遅行
先行	X. 国債利回り（3年） XI. 国債利回り（9年）	III. 貸出金（都市銀行） IV. 資産（都市銀行）† VI. 住宅地 VII. 戸建住宅
遅行	I. 実質実効為替レート† V. 政府債務合計 VIII. 倒産件数 IX. 倒産負債総額	II. M2

表4 XII.TOPIXを用いた場合の平成バブル崩壊（1990年1月）前後での先行・遅行構造の変化。†は $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合。

前 \ 後	先行	遅行
先行	VII. 戸建住宅†	I. 実質実効為替レート II. M2† V. 政府債務合計† VIII. 倒産件数† IX. 倒産負債総額†
遅行	IV. 資産（都市銀行）†	III. 貸出金（都市銀行）† VI. 住宅地† X. 国債利回り（3年）† XI. 国債利回り（9年）†

表 5 金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）前後での先行・遅行構造の変化。† は $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合。

前 \ 後	先行	遅行
先行	IX. 倒産負債総額	I. 実質実効為替レート † V. 政府債務合計 VII. 戸建住宅 † VIII. 倒産件数
遅行	II. M2 III. 貸出金（都市銀行） † XI. 国債利回り（9 年） †	IV. 資産（都市銀行） † VI. 住宅地 X. 国債利回り（3 年） †

表 6 XII.TOPIX を用いた場合の金融機関の連鎖倒産（1997 年 11 月）前後での先行・遅行構造の変化。† は $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合。

前 \ 後	先行	遅行
先行	II.M2 V. 政府債務合計 VI. 住宅地 IX. 倒産負債総額 †	III. 貸出金（都市銀行） IV. 資産（都市銀行）
遅行	VII. 戸建住宅 VIII. 倒産件数 †	I. 実質実効為替レート X. 国債利回り（3 年） XI. 国債利回り（9 年）

表7 リーマンショック（2008年9月）前後での先行・遅行構造の変化。†は $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合。

前 \ 後	先行	遅行
先行	IX. 倒産負債総額 X. 国債利回り（3年）† XI. 国債利回り（9年）†	VIII. 倒産件数
遅行	IV. 資産（都市銀行） V. 政府債務合計 VI. 住宅地	I. 実質実効為替レート II. M2† III. 貸出金（都市銀行）† VII. 戸建住宅†

表8 XII.TOPIX を用いた場合のリーマンショック（2008年9月）前後での先行・遅行構造の変化。†は $|\theta_j| \gtrsim \pi/2$ の場合。

前 \ 後	先行	遅行
先行	I. 実質実効為替レート IV. 資産（都市銀行）† VII. 戸建住宅† VIII. 倒産件数	II. M2 V. 政府債務合計 VI. 住宅地† IX. 倒産負債総額 XI. 国債利回り（9年）
遅行	III. 貸出金（都市銀行）	X. 国債利回り（3年）